

10 Interference a ohyb světla

25. dubna 2010

Fyzikální praktikum FJFI ČVUT v Praze	
Jméno: Vojtěch Horný	Datum měření: 19.dubna 2010
Pracovní skupina: 2	Ročník a kroužek: 2. ročník, pondělí 13:30
Spolupracoval Jaroslav Zeman	Hodnocení:

Abstrakt

Cílem tohoto měření bylo seznámit se interferenčními a ohybovými jevy monochromatického světla pomocí laseru. Měření malých rozměrů je přesnější interferenční metodou než metodou přímou. Také jsme sestavili Michelsonův interferometr a určili vlnovou délku He-Ne laseru.

1 Úvod

Světlo je elektromagnetické vlnění o vlnové délce 400 až 700 nm. Díky jeho vlnovým vlastnostem a elektromagnetickému původu ho můžeme popsat Maxwellovými rovnicemi, které jsou lineární. A z linearity Maxwellových rovnic plyne, že elektromagnetické vlny můžeme superponovat. Superpozice těchto vln se pak projevuje jevy zvanými interference a difrakce.

Pod pojem interference světla jsou zahrnovány jevy, které jsou projevem skládání světelných vln. Interference světelných vln se projevuje podobnými jevy jako interference mechanických vln, především tedy zesilováním a zeslabováním intenzity světla v různých místech.

Ohybové jevy se výrazně projevují především tehdy, pokud jsou rozměry překážek srovnatelné s vlnovou délkou světla.

2 Pracovní úkoly

1. Bonus: spočítejte hodnotu konstanty u kruhového otvoru pro 4. a 5. tmavý kroužek.
2. Rozšířte svazek laseru pomocí dvou spojek (+250 a +50).
3. Změřte průměr tří nejmenších kruhových otvorů pomocí Fraunhoferova ohybu světla z He-Ne Laseru vlnové délky 594 nm a pomocí měřicího mikroskopu - tato měření srovnajte mezi sebou. Které měření je přesnější? (Mějte na paměti, že pokud srovnáváte přesnost dvou měření, musíte mít u obou stejné množství naměřených dat) Doporučené množství naměřených dat je 5 hodnot pro každý otvor.
4. Změřte 5 šířek štěrbin (šířka nastavitelná šroubem) pomocí Fraunhoferova ohybu světla z He-Ne Laseru vlnové délky 594 nm a pomocí indikátorových hodinek, které se dotýkají šroubu. Místo prostého průměrování naměřených hodnot použijte ve zpracování postupnou metodu. Výsledky z indikátorových hodinek a interference srovnajte. Pro jaké šířky štěrbin je výhodnější měření interferencí a pro jaké indikátorovými hodinkami?
5. Změřte pomocí He-Ne laseru 543 nm (zelený laser) mřížkovou konstantu optické mřížky a srovnajte s hodnotou uvedenou na mřížce.

6. Pomocí mřížky a goniometru změřte vlnovou délku hlavních spektrálních čar rtuťové výbojky.
7. Pomocí He-Ne laseru 594 nm, dvou rovinných zrcadel a děliče svazku (Abbeho kostka) sestavte Michelsonův interferometr a změřte vlnovou délku světla laseru.

3 Základní pojmy a vztahy

3.1 Difrakce na mřížce

Optická mřížka je v našem případě skleněná destička s vyrytými rovnoběžnými vrypy. Vrypy jsou všechny stejně široké a navzájem stejně vzdálené. Vzdálenost středů sousedních vrypů se nazývá mřížková konstanta d . Intenzita světla o vlnové délce $\lambda = \frac{2\pi}{k}$, kde k je vlnové číslo, ve velké vzdálenosti za mřížkou s N vrypy na metr je dána vztahem:

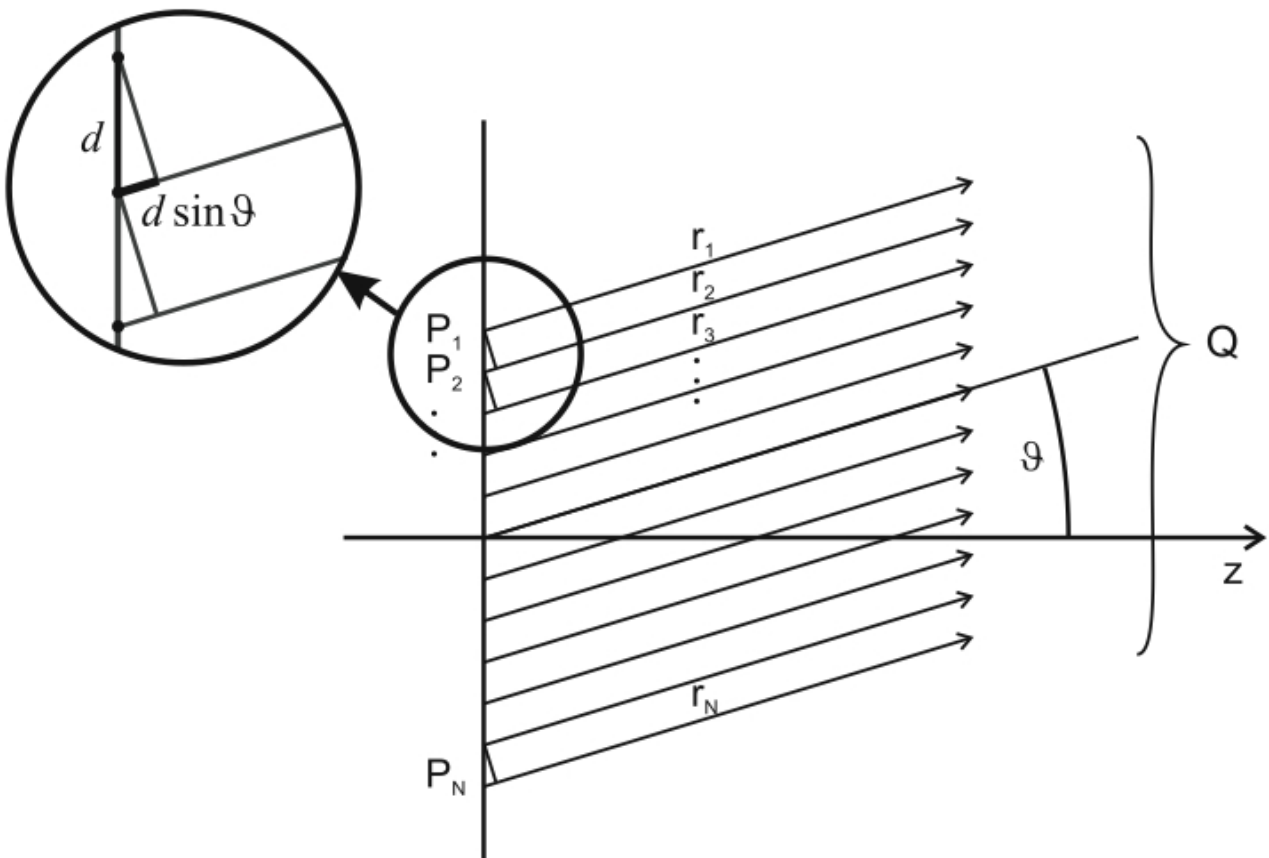
$$I = I_0 \left(\frac{\frac{1}{2}Nkd \sin \vartheta}{\frac{1}{2}kd \sin \vartheta} \right)^2, \quad (1)$$

kde ϑ je úhel, pod kterým je vidět konkrétní místo na stínítku. Intenzita nabývá hlavních maxim v bodech

$$\sin \vartheta_m = \frac{2\pi m}{kd} = \frac{m\lambda}{d},$$

kde $m = 0, 1, 2, \dots$

Základní vlastností difrakční mřížky je tedy schopnost rozložit dopadající světlo do různých směrů podle vlnových délek, tj. provést spektrální rozklad.



Obrázek 1: K difrakci na mřížce

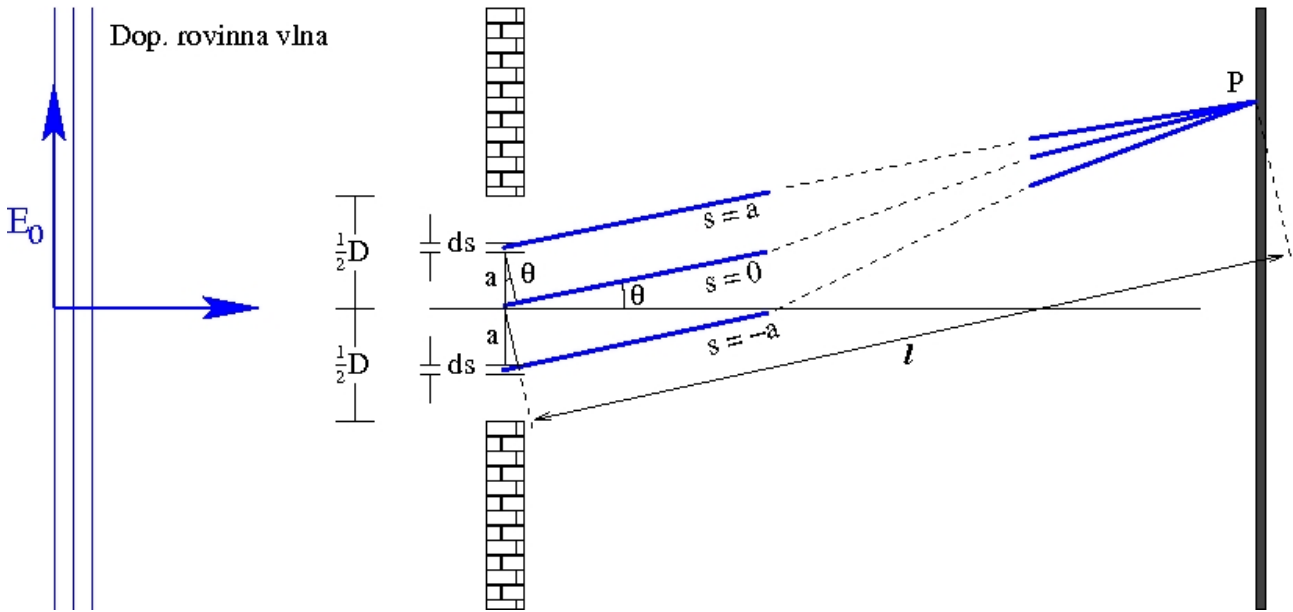
3.2 Difrakce na štěrbině konečné délky

Štěrbínu konečné délky D můžeme rozdělit na nekonečně mnoho bodů šířky ds . Každý tento bod je možno považovat za elementární zdroj o intenzitě $dE = \frac{E_0 ds}{D}$. Příspěvky těchto elementárních zdrojů můžeme integrálem $E = \int dE$ sečíst. Výsledná intenzita v bodě P na obrázku 2 pak vychází na

$$I = I_0 \left(\frac{\sin(jkD \sin \theta)}{\frac{1}{2}jkd \sin \theta} \right)^2. \quad (2)$$

Minimum m -tého řádu pak vidíme pod úhlem θ , pro který platí

$$\sin \theta = \frac{m\lambda}{D} \quad m = 1, 2, 3, \dots$$



Obrázek 2: Fraunhoferova difrakce na štěrbině

3.3 Fraunhoferův ohyb na kruhovém otvoru

Kruhový otvor můžeme představit jako nekonečně mnoho štěrbin, které se rozšiřují a zužují podle funkce $2\sqrt{R^2 - s^2}$, kde R je poloměr kruhového otvoru a s vzdálenost od středu. Intenzita elementárního zdroje je

$$dE = E_0 \frac{2\sqrt{R^2 - s^2}}{\pi R^2} ds.$$

Závislost intenzity světla v závislost na úhlu θ je potom analogický vztahu 2

$$I = I_0 \left(\frac{J_1(jkD \sin \theta)}{\frac{1}{2}jkd \sin \theta} \right)^2, \quad (3)$$

kde J_1 je Besselova funkce, která zde nahrazuje funkci sinus. Besselova funkce je dána předpisem

$$J_1(C) = \int_{-1}^1 \sqrt{1 - u^2} \cos(2\pi C u) du.$$

Tabulka 1 ukazuje prvních pět kořenů Besselovy funkce. Pro interferenční minima platí

$$\sin \theta_m = \frac{c_m \lambda}{D}.$$

Čísla c_m zde nahrazují koeficienty m ze vztahu pro difrakci na štěrbině.

C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
0,610	1,117	1,619	2,121	2,622

Tabulka 1: Prvních pět kořenů Besselovy funkce

4 Experimentální uspořádání a měřicí metody

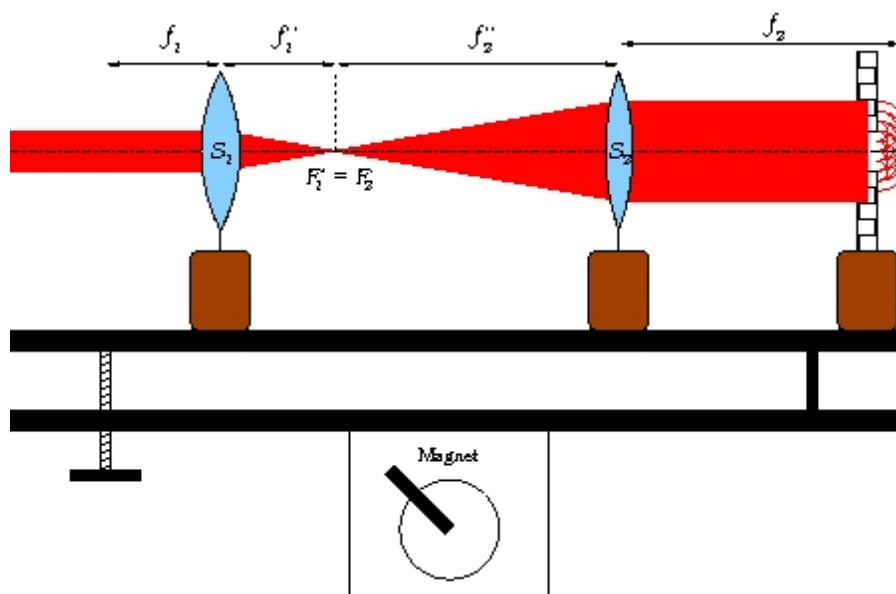
4.1 Pracovní pomůcky

železná deska s magnetickými stojánky, He-Ne laser Lasos LGK 7512P (593.932 nm, 5 mW), He-Ne laser Lasos LGK 7770 (543.365 nm, 5 mW), 2 zrcadla, 1 dělič svazku (Abbeho kostka), laboratorní zvedák, optická lavice s jezdcí, 2 spojné čočky (+50, +250), rozptylka (-50), sada kruhových otvorů, šterbina s nastavitelnou šířkou, držák na mřížku, opt. mřížka 600 vrypů na mm, stínítko na zdi, pásmo (5 m), měřítko (1 m), rtuťová výbojka, goniometr, lampička s reostatem, měřicí mikroskop.

4.2 Popis experimentů

4.2.1 Rozšíření svazku laseru pomocí dvou spojek

Průměr laserového svazku se s rostoucí vzdáleností od výstupního zrcadla laseru zvětšuje. Pro měření na kruhovém otvoru a na šterbině budeme potřebovat rozšířit světelný svazek. Necháme laserový paprsek dopadat na spojku S_1 a do předmětového ohniska této spojky umístíme obrazové ohnisko spojky S_2 . Toto optické zařízení je totožné s Keplerovým dalekohledem. Pomocí tohoto dalekohledu svazek rozšíříme a zmenšíme jeho divergenci. Schéma experimentu je znázorněno na obrázku 3.



Obrázek 3: Fraunhoferova difrakce na šterbině

4.2.2 Měření průměrů kruhových otvorů šířek šterbin

Kruhové otvory nebo rovnoběžné šterbiny byly osvětlovány helium-neonovým laserem o vlnové délce 594 nm. Pomocí dvou rovinných zrcadel jsme prodloužili vzdálenost mezi otvorem a zdí, jež posloužila jako stínítko, na (610 ± 1) cm. Taková vzdálenost již splňuje Fraunhoferovu podmínku. Pro srovnání jsme ještě měřili šířku šterbin indikátorovými hodinkami a průměr otvorů mikroskopem se stupnicí.

4.2.3 Měření mřížkové konstanty a vlnové délky rtuťového světla

Ohybová mřížka byla osvětlena přímo bez rozšíření laserovým paprskem o vlnové délce 543 nm. Ve vzdálenosti $(40,0 \pm 0,1)$ cm od mřížky bylo umístěno měřítko se stupnicí. Zaznamenávali jsme vzájemné vzdálenosti jednotlivých maxim.

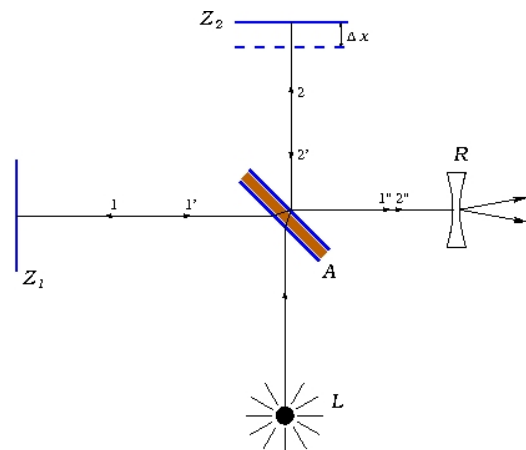
Na malém goniometru jsme poté hledali ohybová maxima při průchodu světla mřížkou a zaznamenávali je.

4.2.4 Michelsonův interferometr

Pomocí Abbeho kostky, dvou zrcadel a o vlnové délce 594 nm jsme sestavili Michelsonův interferometr podle schématu na obrázku 4. Laserový paprsek dopadá pod úhlem 45° na polopropustné rozhraní (Abbeho kostka). Paprsky 1' a 2' se odrazí od zrcadel Z_1 a Z_2 a vrací se zpět k Abbeho kostce. Paprsky 1'' a 2'' teď mohou spolu interferovat.

Bylo třeba věnovat zvýšenou pozornost a pečlivost správnému sestavení intrferometru. Obrazy obou zrcadel se musí přesně překrývat. Ke zvětšení obrazu bylo nutné požit rozptylnou čočku.

Pomocí mikrometrického šroubu jsme měnili vzdálenost zrcadla Z_2 a tím měnili dráhu paprsku. Zapsali jsme si vzdálenost Δx , o kterou jsme posunuli toto zrcadlo, a počet proužků N , který při tomto posouvání prošel přes nějaký referenční bod na stínítku.



Obrázek 4: Michelsonův interferometr

5 Experimentální data

5.1 Průměr kruhových otvorů

V tabulce 2 najdeme data z měření poloměrů otvorů na kruhového otvoru pomocí laserového světla. Stínítko bylo ve vzdálenosti (620 ± 1) cm od otvoru, vlnová délka užitého laseru $(594,0 \pm 0,5)$ nm. Stojí za zmínku pozorování, že pro menší poloměry otvoru měříme s vyšší přesností. Poloměry otvoru jsme

otvor	řád minima	1	2	3	4	5
1	d_{1i} [cm]	0,21	0,41	0,60	0,80	0,92
	R_{1i} [mm]	1,10	1,00	1,00	0,98	1,06
		$R_1 = (1,03 \pm 0,02)$ mm				
2	d_{2i} [cm]	0,49	0,84	1,19	1,54	1,89
	R_{2i} [mm]	0,463	0,493	0,503	0,509	0,512
		$R_2 = (0,496 \pm 0,009)$ mm				
3	d_{3i} [cm]	1,01	1,85	2,62	3,49	4,37
	R_{3i} [mm]	0,2235	0,2230	0,2280	0,2238	0,2212
		$R_3 = (0,2239 \pm 0,0011)$ mm				

Tabulka 2: Měření poloměrů malých otvorů. d_{ki} - vzdálenost středu i.-tého minima od středu nultého maxima pro k.-tý otvor, R_k - poloměr k.-tého otvoru.

měřili také pomocí měřicího mikroskopu. Naměřené hodnoty jsou uvedeny v tabulce 3. Tabulka 4 srovnává naměřené poloměry pro obě metody. Pro poloměry menších otvorů je výhodnější měřit laserem, neboť rapidně roste přesnost měření. Pro větší poloměry je naopak lepší použít měřicí mikroskop. Absolutní přesnost měření totiž zůstává neměnná.

	průměr mikroskopem [mm]					R_i [mm]
otvor 1	1,005	0,991	1,001	0,985	0,978	$0,992 \pm 0,005$
otvor 2	0,495	0,489	0,496	0,478	0,495	$0,491 \pm 0,003$
otvor 3	0,227	0,235	0,234	0,228	0,220	$0,229 \pm 0,003$

Tabulka 3: Měření poloměru kruhového otvoru mikroskopem se stupnicí. R_i - poloměr k.-tého otvoru

	R_{laser} [mm]	$R_{mikroskop}$ [mm]
otvor 1	$1,03 \pm 0,02$	$0,992 \pm 0,005$
otvor 2	$0,496 \pm 0,009$	$0,491 \pm 0,003$
otvor 3	$0,2239 \pm 0,0011$	$0,229 \pm 0,003$

Tabulka 4: Srovnání měřících metod pro měření poloměru kruhového otvoru

řád minima	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
r_{1k} [cm]	5,16	5,39	5,63	5,87	6,09	6,35	6,59	6,81	7,05	7,33
r_{2k} [cm]	8,39	9,13	9,84	10,55	11,39	12	12,8	13,43		
r_{3k} [cm]	5,11	5,47	5,83	6,16	6,51	6,89	7,24	7,57		
r_{4k} [cm]	5,86	6,16	6,56	6,88	7,2	7,52				
r_{5k} [cm]	7,67	7,22	6,76	6,33	5,88	5,46				

Tabulka 5: Měření šířky štěrbin postupnou metodou. r_{ik} - poloha k.-tého minima při měření s i.-tou štěrbinou

	D_{laser} [mm]	$D_{indikátor}$ [mm]
štěrba 1	$1,51 \pm 0,01$	$1,50 \pm 0,05$
štěrba 2	$0,644 \pm 0,008$	$0,60 \pm 0,05$
štěrba 3	$1,035 \pm 0,003$	$1,00 \pm 0,05$
štěrba 4	$1,080 \pm 0,026$	$1,20 \pm 0,05$
štěrba 5	$0,819 \pm 0,008$	$0,80 \pm 0,05$

Tabulka 6: Šířky mřížek měřené pomocí postupné interferenční metody a pomocí indikátorových hodin a jejich vzájemné srovnání

5.2 Šířka rovnoběžné štěrbin

Data z měření šířek rovnoběžných štěrbin naleznete v tabulce 5. Měřili jsme vždy vzdálenost mezi minimy stejného řádu v obou směrech a absolutní hodnotu naměřeného rozdílu vzdáleností jsme vydělili dvěma. Z naměřených hodnot jsme postupnou metodou vypočítali šířky jednotlivých štěrbin. Jejich hodnoty a srovnání s měřením pomocí indikátorových hodin je v tabulce 6.

Opět platí, že pro užší štěrbin je vhodnější použít interferenční měření. V našem případě bylo dokonce lepší použít interferenční metodu vždy. Buď jsme správně nepochopili funkci a ovládání indikátorových hodin, nebo, a to je pravděpodobnější, indikátorové hodinky nefungovaly správně. Chybu měření indikátorovými hodinkami jsme proto uměle zvýšili na 0,05 mm pro všechny štěrbin.

5.3 Mřížková konstanta

Stínítko se stupnicí jsme umístili ($40,0 \pm 0,1$) cm od mřížky, použili jsme zelený laser o vlnové délce 534 nm. Data z měření jsou v tabulce 7. Výrobce mřížky udává hodnotu mřížky udává její mřížkovou konstantu jako 600 vrypů/mm. Tato hodnota se od námi naměřené mřížkové konstanty (616 ± 2) vrypů/mm výrazně odlišuje.

řád maxima	x_k [cm]	d [μm]
0	0	
1	13,9	1,6268
2	34,6	1,6325
-1	-13,9	1,6268
-2	-35,5	1,6090
d	$(1,624 \pm 0,005) \mu\text{m}$	
N	(616 ± 2) vrypů/mm	

Tabulka 7: Měření mřížkové konstanty. x_k - poloha k.-tého maxima, d - mřížková konstanta

barva	α	řád	φ [$^\circ$]	λ [nm]
bílá	$0^\circ 0'$	0		
fialová 1	$346^\circ 10'$	1	13,83	$388,2 \pm 1,2$
fialová 2	$345^\circ 3'$	1	14,95	$418,9 \pm 1,3$
zelená	$341^\circ 5'$	1	18,92	$526,4 \pm 1,6$
žlutá	$340^\circ 8'$	1	19,87	$551,8 \pm 1,7$
žlutá 2	$340^\circ 4'$	1	19,93	$553,6 \pm 1,7$
fialová 1	$331^\circ 23'$	2	28,62	$388,9 \pm 1,2$
fialová 2	$328^\circ 57'$	2	31,05	$418,8 \pm 1,3$
zelená	$319^\circ 48'$	2	40,20	$524,0 \pm 1,6$
žlutá 1	$317^\circ 1'$	2	42,98	$553,6 \pm 1,7$
žlutá 2	$316^\circ 50'$	2	43,17	$555,4 \pm 1,7$

Tabulka 8: Měření spektrálních čar rtuti pomocí difrakce na mřížce. α - odečtená hodnota na goniometru, φ - úhel rozptylu pro konkrétní čaru, λ - vlnová délka

5.3.1 Spektrální čáry rtuti

Pomocí malého goniometru jsme odečítali úhly, pod kterými vidíme jednotlivé spektrální čáry po průchodu mřížkou. Tabulka 8 ukazuje naměřené hodnoty a vypočítané vlnové délky jednotlivých spektrálních čar, tabulka 9 nabízí přehledné výsledky pro jednotlivé spektrální čáry a srovnání s tabulkovými hodnotami. Tabulka 9 poukazuje na dvě systematické chyby. Jedna vznikla patrně nepřesným určením mřížkové konstanty, druhá chyba mohla být v odečítání úhlů na goniometru.

5.3.2 Michelsonův interferometr

Dlouho se nám nedařilo sestavit Michelsonův interferometr a když jsme ho již sestavili, tak zbyl čas pouze na naměření jediné hodnoty. Sice se nám povedlo přibližně určit. Při posunutí zrcadla Z_2 o $5,8 \mu\text{m}$ jsme stanovili vlnovou délku oranžového laseru na 580 nm. Od hodnoty 594 nm se liší o 2,4%.

barva	λ [nm]	λ_{vyr} [nm]	λ_{tab} [nm]
fialová 1	389 ± 2	399 ± 2	407,7
fialová 2	419 ± 3	430 ± 3	435,8
zelená	525 ± 3	539 ± 3	546
žlutá 1	553 ± 3	567 ± 3	577
žlutá 2	555 ± 3	569 ± 3	579

Tabulka 9: Spektrální čáry rtuti, srovnání naměřených vlnových délek s tabulkovými. λ - naměřené hodnoty vypočítané podle naší určené mřížkové konstanty, λ_{vyr} - naměřené hodnoty vypočítané podle výrobcem stanovené mřížkové konstanty, λ_{tab} - tabulkové hodnoty

6 Diskuse

Během měření jsme se setkali s několika skutečnostmi, které by měly být okomentovány.

6.1 Měření rozměrů malých otvorů a štěrbin

- Měření bylo soustavně narušováno pohybem osob v blízkosti experimentální sestavy. Otřesy podlahy rozkmitávaly obraz na stínítku. Výchyvky dosahovaly někdy až 5 centimetrů, bylo tedy obtížné odečítat vzdálenosti s přesností na desetiny milimetrů.
- Světelné znečištění znemožňovalo odečítání interferenčních minim vyšších řádů. Tuto úlohu by bylo nejlepší měřit v noci, kdy je světelné znečištění minimální a v místnosti se nikdo další mimo experimentátorů nevyskytuje.
- Měření malých otvorů a štěrbin pomocí ohybu monochromatického světla laseru je velice přesné. Přesto by se dala přesnost měření ještě zvýšit, např. odečítáním interferenčních minim vyšších řádů a eliminováním rušivých vlivů.
- Platí, že se se zmenšující šířkou měřených objektů zlepšuje přesnost měření. Oproti tomu absolutní chyba určení poloměru kruhového otvoru pomocí měřícího mikroskopu či šířky štěrbin pomocí indikátorových hodiněk zůstává neměnná. Proto je pro malé rozměry výhodnější používat interferenční metody, pro větší přímé metody.

6.2 Mřížková konstanta a spektrální čáry rtuti

- Při měření mřížkové konstanty jsme se patrně dopustili systematické chyby. Námi naměřených (616 ± 2) vrypů/mm se výrazně odchyľuje od výrobcem uváděné hodnoty 600 vrypů/mm.
- Vlnové délky spektrálních čar rtuti se i po korekci na výrobcem uváděnou mřížkovou konstantu stále liší od tabulkových hodnot. Museli jsme se tedy dopusti další systematické chyby, pravděpodobně při odečítání úhlů goniometrem.
- Za zmínku stojí skutečnost, že mezi první a druhou sérií spektrálních čar jsme pozorovali ještě jinou sadu čar. Pokroucené čáry vznikly nejspíše odrazem od praskliny na mřížce.

6.3 Michelsonův interferometr

Podářilo se nám sestavit fungující interferometr, bohužel na samotné měření nám nezbylo moc času. Odečetli jsme pouze jedinou hodnotu, kterou je třeba brát pouze jako orientační. Samotné odečítání dat vyžaduje plnou soustředěnost při otáčení šroubem a odečítání posunutých čar na stínítku a dokonalou souhru mezi experimentátory.

6.4 Omluva

Omlouvám se katedře fyziky za rozbití lampy s reostatem. Nehoda se stala kvůli mé nešikovnosti.

7 Závěr

1. Vypočetli jsme prvních pět kořenů Besselovy funkce. Jsou uvedeny v tabulce 1.
2. Sestavili jsme Keplerův dalekohled pomocí něj jsme rozšířili svazek laseru.
3. Změřili jsme poloměry tří nejmenších kruhových otvorů pomocí Fraunhoferova ohybu světla z helium-neonového laseru a pomocí měřícího mikroskopu a tato měření jsme srovnali mezi sebou. Výsledky přehledně shrnuje tabulka 4.

4. Změřili jsme pět šířek štěrbin pomocí Fraunhoferova ohybu světla z helium-neonového laseru a pomocí indikátorových hodinek a výsledky měření jsme srovnali mezi sebou. Výsledky přehledně shrnuje tabulka 6.
5. Pomocí helium-neonového laseru jsme určili mřížkovou konstantu přiložené mřížky na $(1,624 \pm 0,005) \mu\text{m}$.
6. Pomocí mřížky a goniometru jsme změřili vlnovou délku hlavních spektrálních čar rtuťové výbojky, výsledky a srovnání s tabulkovými hodnotami jsou uvedeny v tabulce 9.
7. Sestavili jsme Michelsonův interferometr a určili jsme orientačně vlnovou délku laseru na 580 nm, chybu záměrně neuvádím, neboť jsme stihli pouze jediné měření.

Reference

- [1] FJFI ČVUT, *Interference a ohyb světla*, [online], [cit. 24. dubna 2010], <http://praktika.fjfi.cvut.cz/Int0hybSv/4html.html>
- [2] FJFI ČVUT, *Návody k přístrojům*, [online], [cit. 24. dubna 2010], <http://praktika.fjfi.cvut.cz/ProvPokyny/chybynav/CHYBY1n.pdf>
- [3] Hyperphysics, *Atomic spectra of mercury*, [online], [cit. 24. dubna 2010], <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/HBASE/quantum/atspect2.html>